

Hipotez Testi Rehberi

Orhan Çevik

İstanbul, 30 Ağustos 2014

Hipotezler – Sıfır Hipotezi: H_0

- ➔ Aksi kanıtlanmadığı sürece doğru olduğu düşünülen varsayımdır.
- ➔ H_0 'ın kanıta ihtiyacı yoktur.
- ➔ H_0 'ı ret etmek için ciddi kanıt gerekir.
- ➔ Genellikle “Etki Yoktur”, “Değişiklik Yoktur” veya “Fark Yoktur” türünden ifadelerdir (=).

ÖRNEĞİN:

- ➔ X 'in “a” olduğu durumda elde edilen Y değerlerinin ortalaması ile X 'in “b” olduğu durumda elde edilen Y değerlerinin ortalaması arasında fark yoktur ($\mu_a = \mu_b$), veya
- ➔ X 'in “a” olduğu durumda elde edilen Y değerlerinin değişkenliği ile X 'in “b” olduğu durumda elde edilen Y değerlerinin değişkenliği arasında fark yoktur ($\sigma_a^2 = \sigma_b^2$), veya
- ➔ X 'in “a” olduğu durumda elde edilen başarı oranı ile X 'in “b” olduğu durumda elde edilen başarı oranı arasında fark yoktur ($P_a = P_b$), veya
- ➔, veya kısaca

**X 'in seviyesi değiştiği zaman
 Y 'nin değeri değişmez
veya X 'in Y 'ye etkisi yoktur**

Hipotezler – Alternatif Hipotez: H_a

- ➔ Yeterli kanıt bulunup H_0 ret edildiğinde doğru olduğu düşünülen şeydir.
- ➔ Kanıta ihtiyacı olan hipotezdir.
- ➔ Genellikle “Etki Vardır”, “Değişiklik Vardır” veya “Fark Vardır” türünden ifadelerdir (<, ≠, >).

ÖRNEĞİN:

- ➔ X 'in “a” olduğu durumda elde edilen Y değerlerinin ortalaması, X 'in “b” olduğu durumda elde edilen Y değerlerinin ortalamasından büyüktür ($\mu_a > \mu_b$), veya
- ➔ X 'in “a” olduğu durumda elde edilen Y değerlerinin değişkenliği, X 'in “b” olduğu durumda elde edilen Y değerlerinin değişkenliğinden küçüktür ($\sigma_a^2 < \sigma_b^2$), veya
- ➔ X 'in “a” olduğu durumda elde edilen başarı oranı, X 'in “b” olduğu durumda elde edilen başarı oranından farklıdır ($P_a \neq P_b$), veya
- ➔, veya kısaca

**X 'in seviyesi değiştiği zaman
 Y 'nin değeri değişir
veya X 'in Y 'ye etkisi vardır**

Çağdaş Yargı Sistemi

- Sanığın suçlu olduğu kanıtlanıncaya kadar masum kabul edildiği çağdaş yargı sisteminin de yaptığı hipotez testidir:

- H_0 : Sanık masumdur (aksi kanıtlanmadığı sürece doğru olduğu düşünülen)
- H_a : Sanık suçludur (iddia kanıtlanmalıdır)



		Gerçek Durum	
		Suçlu Değil	Suçlu
Karar	Suçlu Değil	Doğru Karar	Suçlu Serbest Kalır
	Suçlu	Masum Cezalandırılır (Suçlu Serbest Kalır)	Doğru Karar

Hipotez Testi Hataları

➤ Tip I hata

- Sıfır hipotezini aslında doğru olduğu halde reddetmek
- Tip I hata yapma olasılığı (riski) α ile gösterilir, ($0 < \alpha < 1$)
- α üretici (veya tedarikçi) riski olarak da bilinir

➤ Tip II hata

- Sıfır hipotezini aslında yanlış olduğu halde kabul etmek
- Tip II hata yapma olasılığı (riski) β ile gösterilir, ($0 < \beta < 1$)
- β tüketici (veya müşteri) riski olarak da bilinir

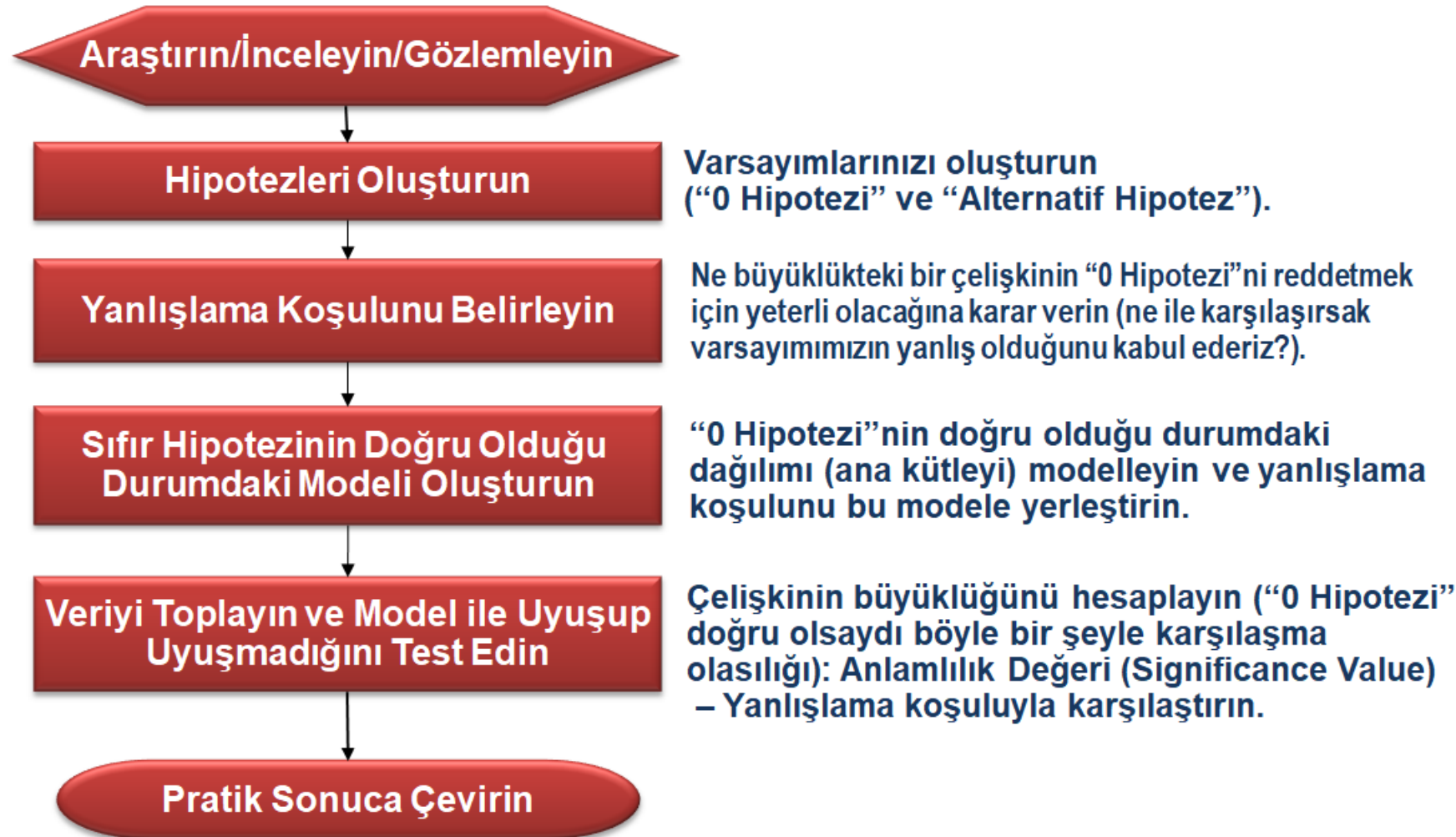


		Gerçek Durum	
		H_0 Doğru	H_a Doğru
Karar	H_0 Doğru	Doğru Karar	Tip II Hata
	H_a Doğru	Tip I Hata	Doğru Karar

Hangi hata daha kritiktir?

Sıfır hipotezinin reddedilmesi için kanıt olmalıdır.

Hipotez Testinin Temeli

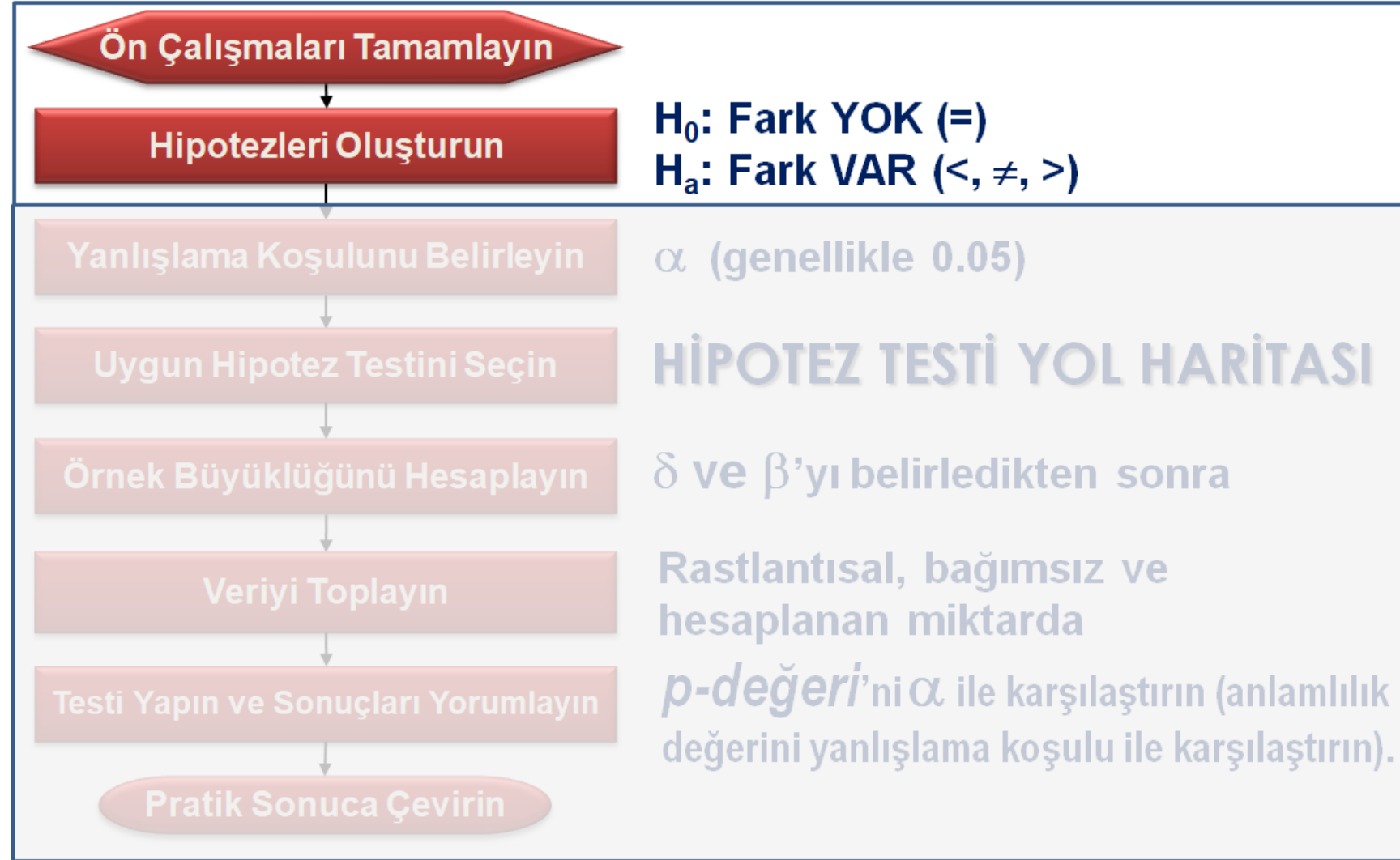


Hipotez Testi Reçetesi



HİPOTEZ TESTİ YOL HARİTASI

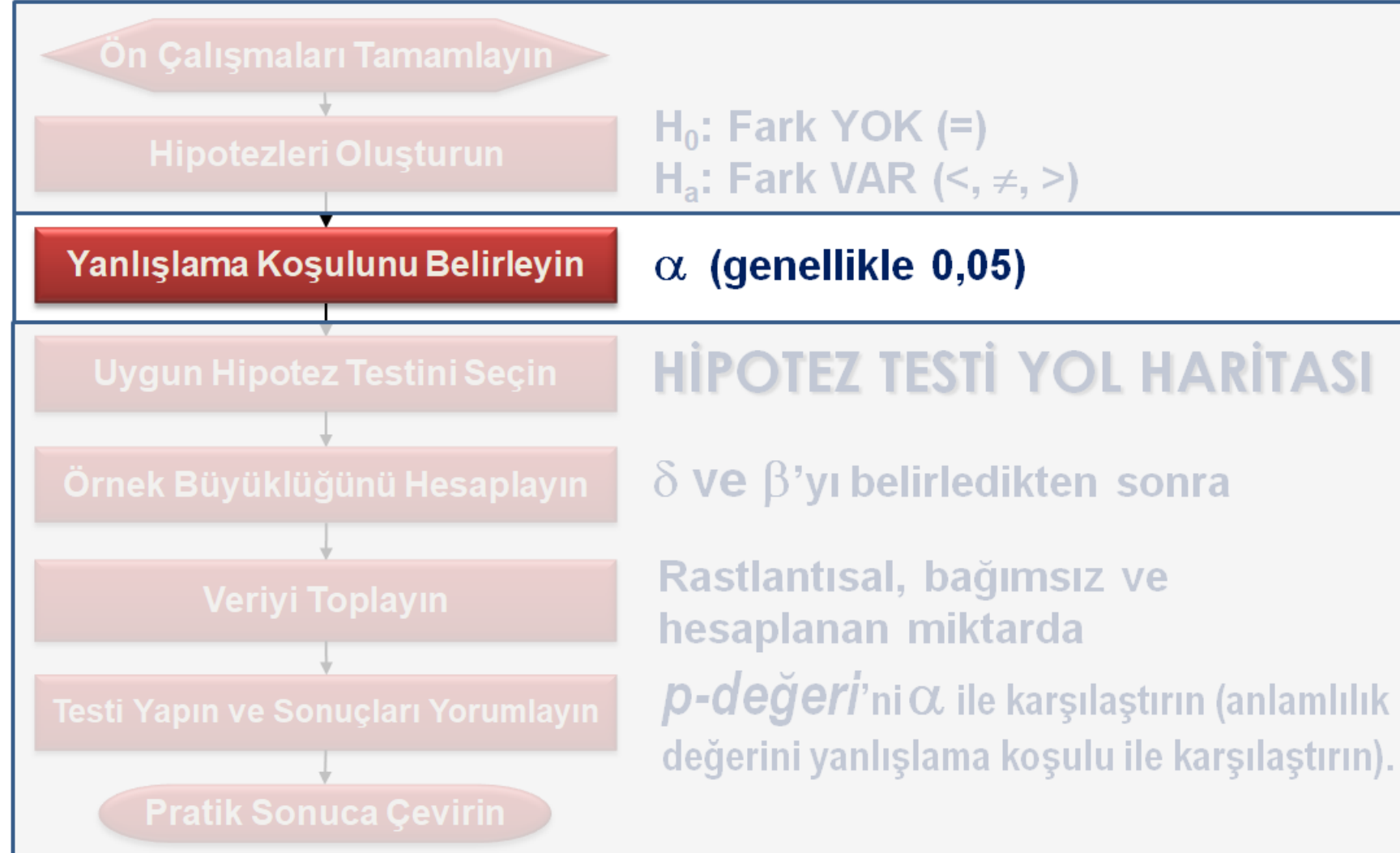
Hipotez Testi Reçetesi



Kutsal Üçlü

1. **Pratik Problem:** (Hipotez testini yapan kişiden karar vermesi beklenen konu)
2. **- y :** Ne? Nasıl Ölçülüyor (veri tipi), Ölçüm Sistemi Yeterli mi?
- x : Ne (y 'nin neye göre farklılık gösterip göstermediğini anlamaya çalışıyoruz)?
➔ x 'in seviyeleri
3. **Hipotezler:**
➔ H_0 : (=) x 'in seviyesi değiştiği zaman y değişmez.
➔ H_a : (<, ≠, >) x 'in seviyesi değiştiği zaman y değişir.

Hipotez Testi Reçetesi



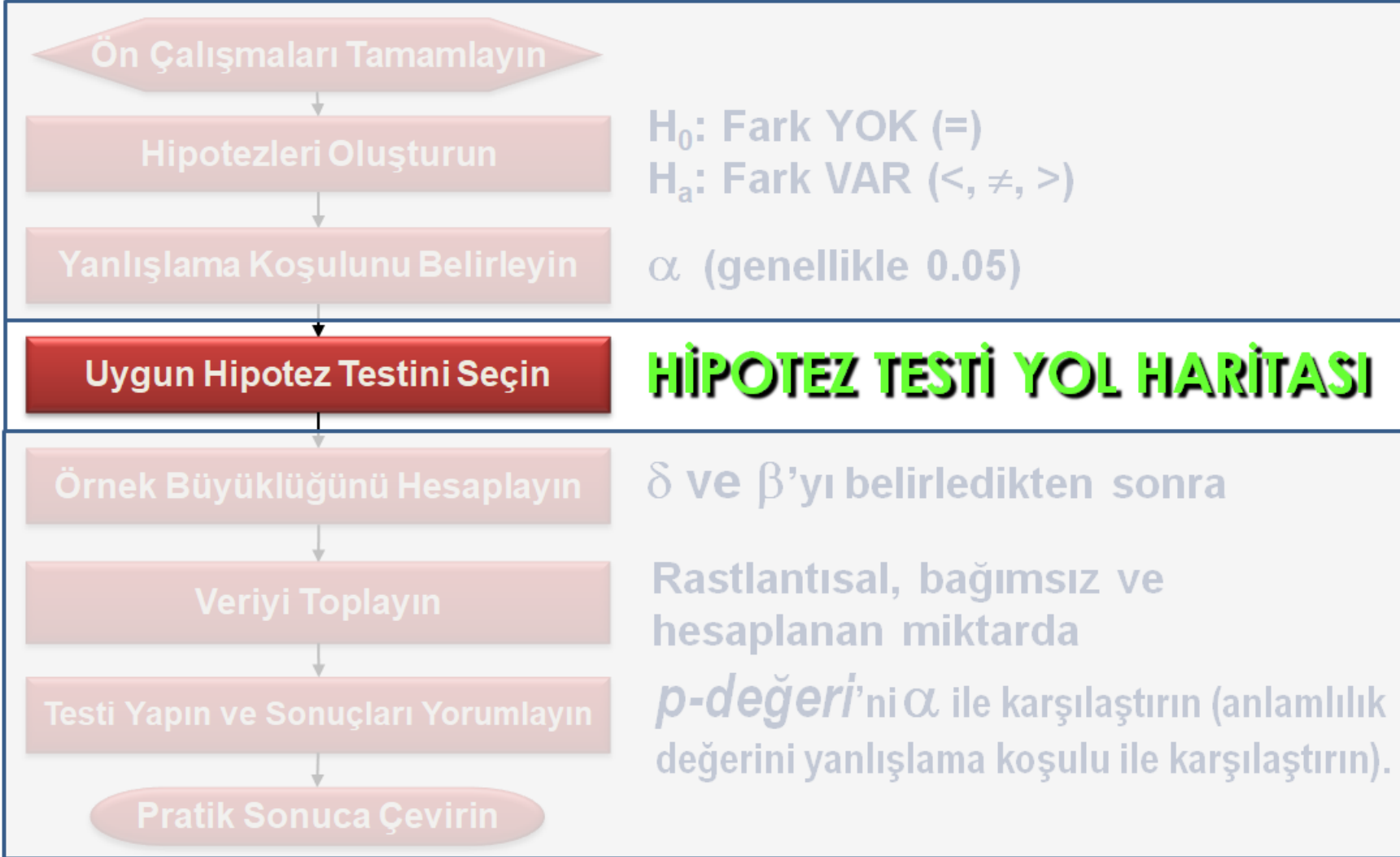
Yanlışlama Koşulu: α (Tip I Hata Yapma Riski)

- ➔ Doğru olduğu halde H_0 'ı ret etme riski: α
 - Yüzde kaçlık bir Tip I hata yapma riski ile karar vermek istiyorsunuz?
- ➔ Ne büyüklükteki bir çelişkinin “Sıfır Hipotezi”ni reddetmek için yeterli olacağına karar verin (ne ile karşılaşırsanız varsayımınızın yanlış olduğunu kabul edersiniz?).

Üzerinde çalışılan karakteristik müşteriye veya kullanıcıya fiziksel hasar verme riski taşıyan bir karakteristik değil ise genellikle:

$$\alpha = 0,05 (\%5)$$

Hipotez Testi Reçetesi



HİPOTEZ TESTİ YOL HARİTASI

δ ve β'yi belirledikten sonra

Rastlantısal, bağımsız ve hesaplanan miktarda

p-değeri'ni α ile karşılaştırın (anlamlılık değerini yanlışlama koşulu ile karşılaştırın).

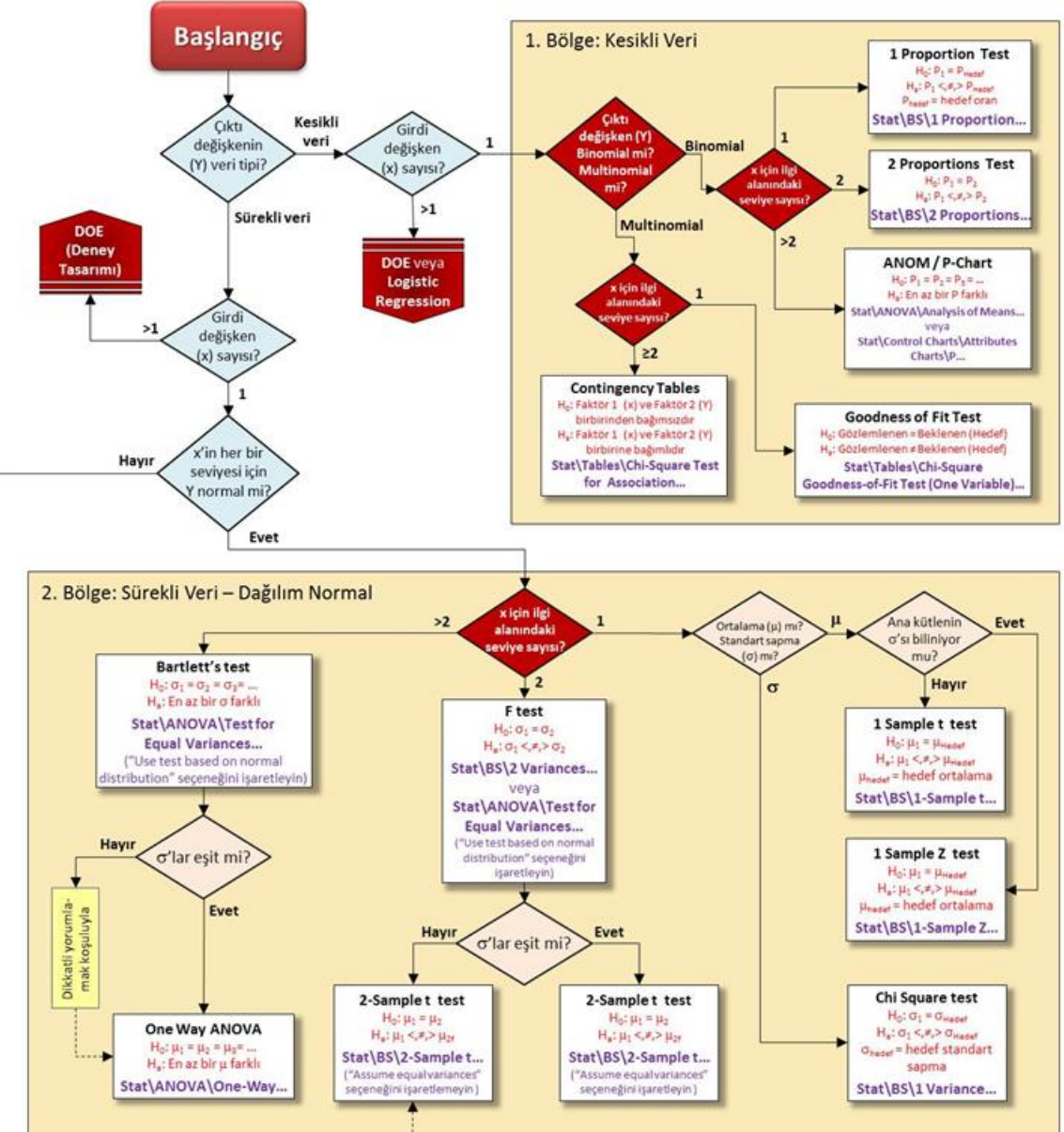
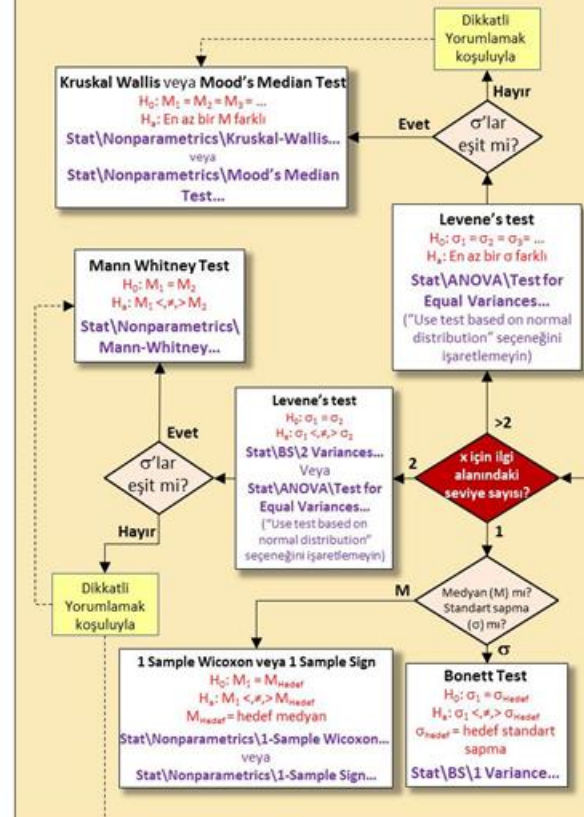
Hipotez Testi Yol Haritası

Açıklamalar:

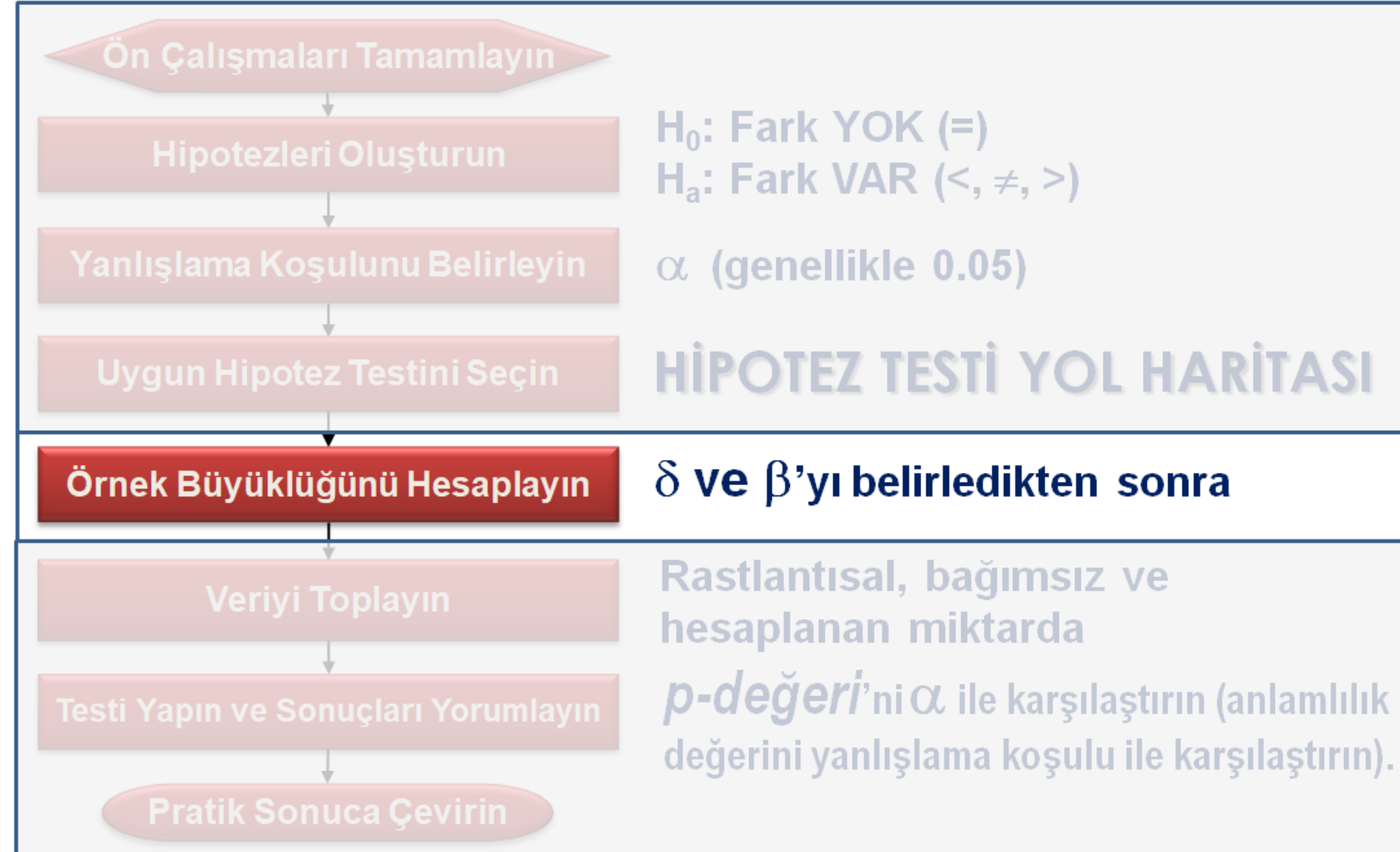
1. Kutu içerikleri şöyledir:

- Kalıp siyah yazılar: Testin istatistiksel ismi
Kırmızı normal yazılar: Hipotezlerin matematiksel ifadeleri
Kalın mavi yazılar: Test için Minitab rutini
- H₀: <, ≠, veya > olabilir
- Eğer P-değeri (P-value) ≥ α ise H₀ kabul
Eğer P-değeri (P-value) < α ise H₀ ret
- Yapılan testin etkili olabilmesi için uygun örnek miktarı esastır;
Stat\Power and Sample Size\...

3. Bölge: Sürekli Veri – Dağılım Normal Değil



Hipotez Testi Reçetesi



Örnek Büyüklüğü: $n = f(\delta, \beta, \alpha, \text{Test Yöntemi}, H_a)$

- δ : Kritik Fark – ne büyüklükte bir farkı ayırt etmek istiyorsunuz?
 - Ne büyüklükteki bir fark iş sonuçlarına etkisi açısından önemli (ayırt edilmesi gereken) bir farktır?
- β : δ 'yı (kritik farkı) yüzde kaçlık bir gözden kaçırma (yakalayamama) riskiyle aramak istiyorsunuz?
 - β : Tip II hata yapma riski (alternatif hipotez doğru olduğu halde onu reddetme riski)

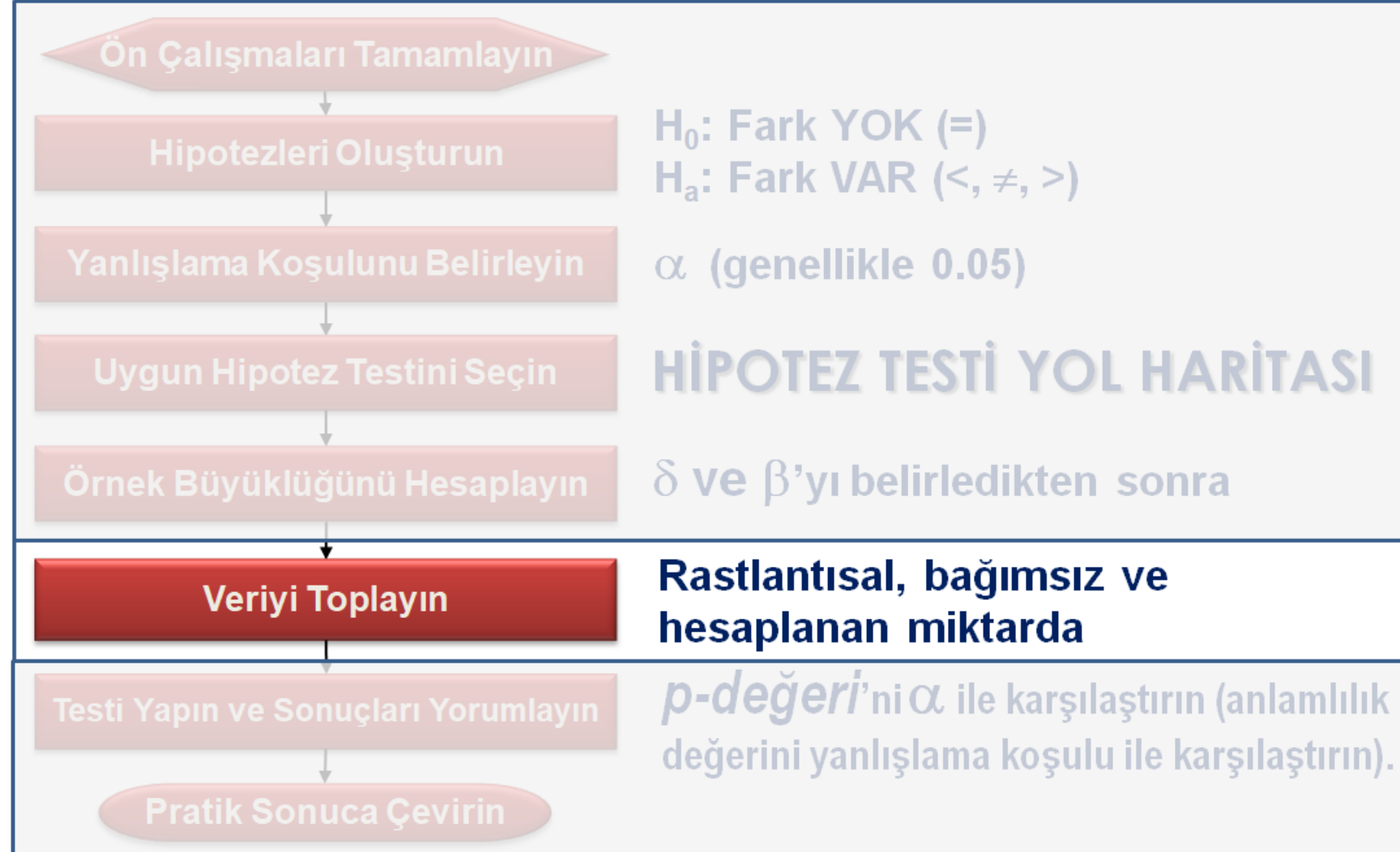
veya

- Güç: δ 'yı (kritik farkı) yüzde kaçlık bir yakalama şansı ile aramak istiyorsunuz?
 - Güç = $1 - \beta$

Üzerinde çalışılan karakteristik müşteriye veya kullanıcıya fiziksel hasar verme riski taşıyan bir karakteristik değil ise genellikle:

$$\beta = 0,10 \text{ (\%10)}$$

Hipotez Testi Reçetesi



Veriyi Toplayın

- ➔ Sahaya çıkın
- ➔ Hesaplanan miktarda veriyi toplayın
 - Rastlantısal
 - Bağımsız

DİKKAT:

- Ölçümleri yapacağınız ölçüm sisteminin uygunluğundan emin olun.

Hipotez Testi Reçetesi



Testi Yapın ve Sonuçları Yorumlayın

- ➔ Veriden hesaplanan değer: P-değeri (anlamlılık değeri – significance value) α 'dan (anlamlılık düzeyi - significance level) küçük ise “0” Hipotezini reddedin.

Eğer **P-değeri < α** ise **H_0 Ret**

- ➔ İstatistik sonucu herkesin anlayacağı dilden pratik sonuca çevirin ve dokümante edin
- ➔ **Bir sonraki hamleye karar verin**

P-değeri: H_0 'ın doğru olduğu durumda bu büyüklükte veya daha büyük bir fark ile rastlantısal olarak karşılaşma olasılığı

EKLER:

Hipotez Testi Örnekleri

1-Örnek Z testi (1-Sample Z test)

1-Örnek t testi (1-Sample t test)

2-Örnek t testi (2-Sample t test)

Ki-Kare testi (Chi-Square test)

F testi (F test)

1-Örnek Z testi

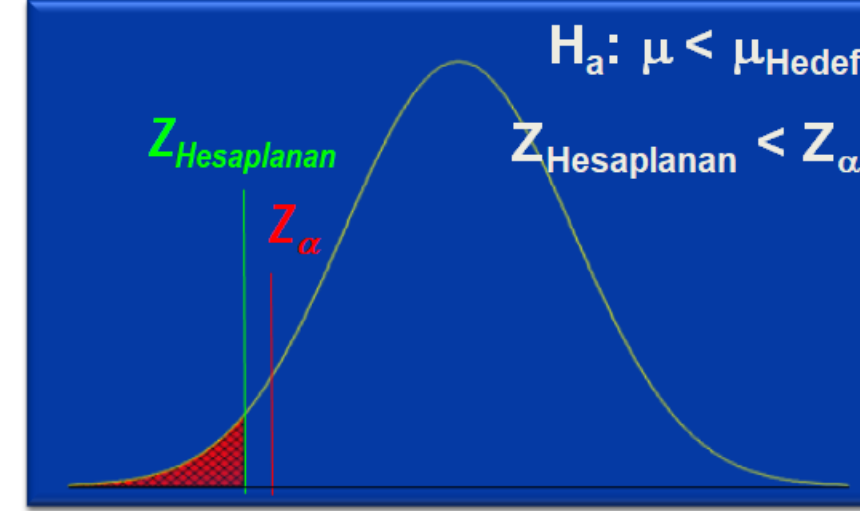
Hipotez	Karar Şartı (H ₀ ret eğer...)	P-value < α
$H_0: \mu_{AnaKütle} = \mu_{hedef}$		
$H_a: \mu_{AnaKütle} < \mu_{hedef}$	$Z_{Hesaplanan} < Z_{\alpha}$	
$H_a: \mu_{AnaKütle} > \mu_{hedef}$	$Z_{Hesaplanan} > Z_{1-\alpha}$	
$H_a: \mu_{AnaKütle} \neq \mu_{hedef}$	$Z_{Hesaplanan} < Z_{\alpha/2}$ veya $Z_{Hesaplanan} > Z_{1-\alpha/2}$	

$$Z_{Hesaplanan} = \frac{\bar{X} - \mu_{Hedef}}{\sigma_{AnaKütle} / \sqrt{n}}$$

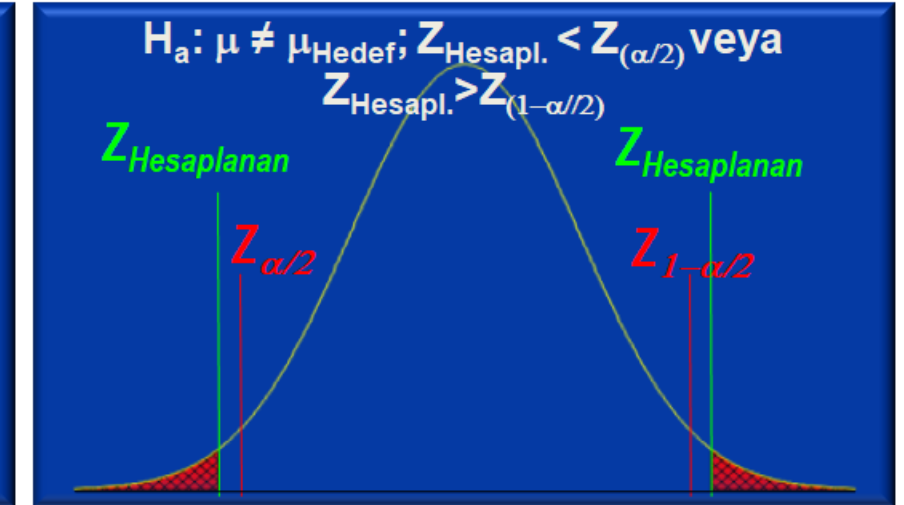
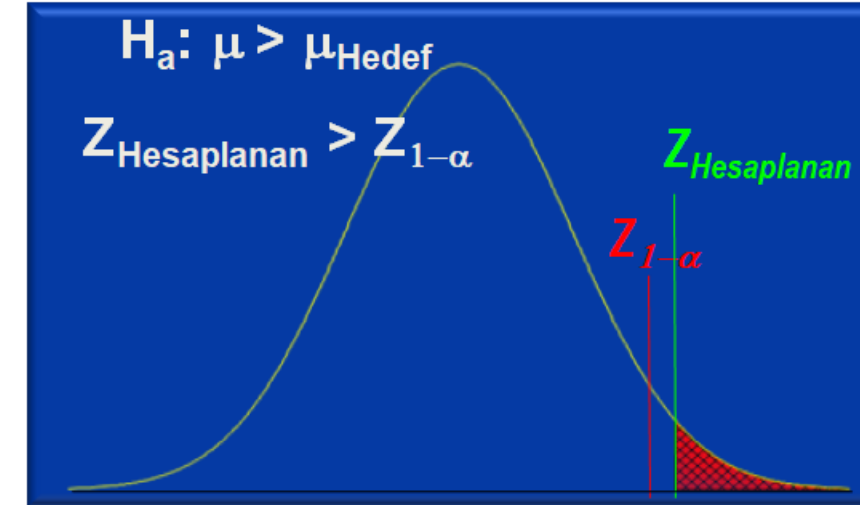
- $\bar{x}$: örneklerin ortalaması
- $\sigma_{AnaKütle}$: ana kütlein bilinen standart sapması
- μ_{Hedef} : H₀'ın doğru olduğu durumdaki ana kütle ortalaması
- n: örnek büyüklüğü

Hatırlayın: alfa yanlış sonuca varma riskidir.

1-Örnek Z testi - Grafiksel



$$Z_{Hesaplanan} = \frac{\bar{X} - \mu_{Hedef}}{\sigma_{AnaKütle} / \sqrt{n}}$$



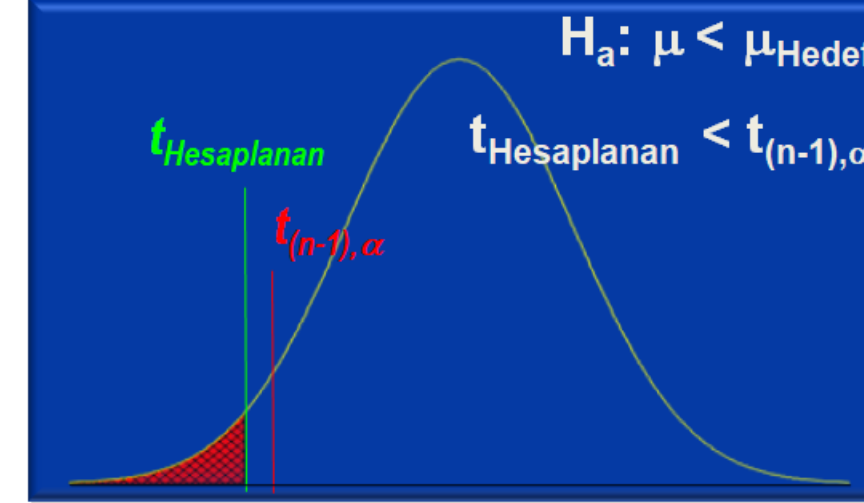
1-Örnek t testi - $\sigma_{Ana\ Küt\le}$ bilinmediğinde

Hipotez	Karar Şartı (H ₀ ret eğer...)	P-value < α
$H_0: \mu_{AnaKüt\le} = \mu_{hedef}$		
$H_a: \mu_{AnaKüt\le} < \mu_{hedef}$	$t_{Hesaplanan} < t_{df, \alpha}$	
$H_a: \mu_{AnaKüt\le} > \mu_{hedef}$	$t_{Hesaplanan} > t_{df, 1-\alpha}$	
$H_a: \mu_{AnaKüt\le} \neq \mu_{hedef}$	$t_{Hesaplanan} < t_{df, \alpha/2}$ veya $t_{Hesaplanan} > t_{df, 1-\alpha/2}$	

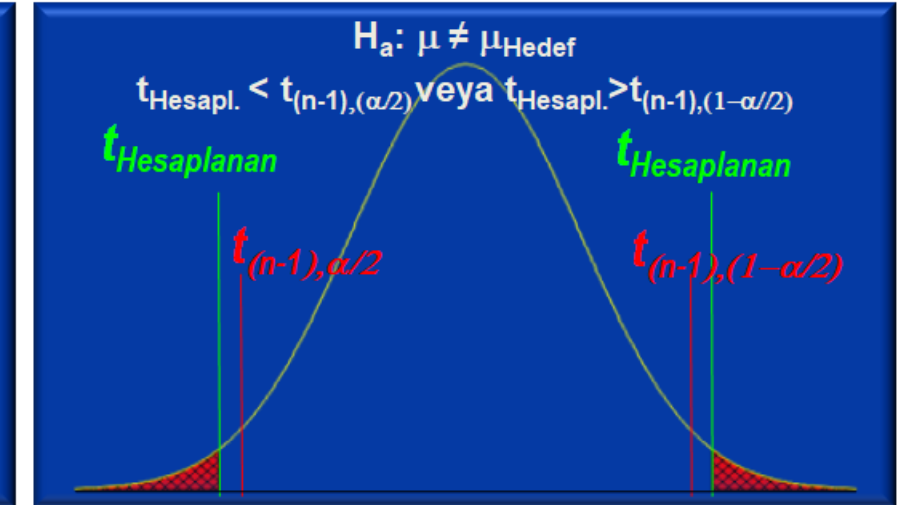
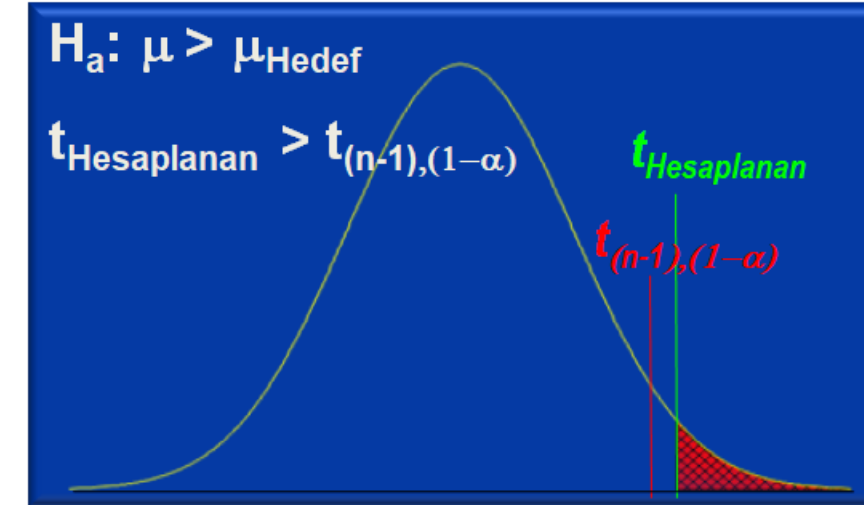
$$t_{Hesaplanan} = \frac{\bar{X} - \mu_{Hedef}}{s / \sqrt{n}}$$

- $\bar{x}$: örneklerin ortalaması
- s : örneklerin standart sapması
- μ_{Hedef} : H₀'ın doğru olduğu durumdaki anakütle ortalaması
- n : örnek büyüklüğü
- df : $n-1$

1-Örnek t testi - Grafiksel



$$t_{Hesaplanan} = \frac{\bar{X} - \mu_{Hedef}}{s / \sqrt{n}}$$



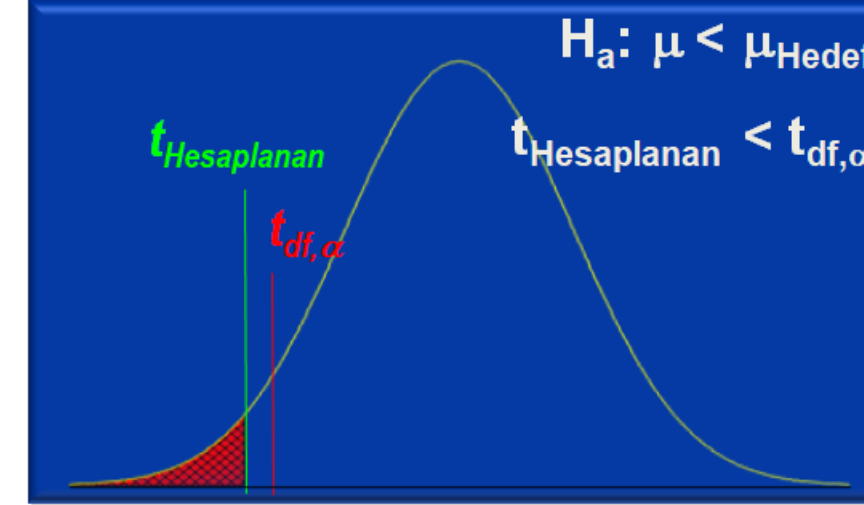
2-Örnek t testi

Hipotez	Karar Şartı (H ₀ ret eğer...)	P-value < α
$H_0: \mu_{AK1} = \mu_{AK2}$		
$H_a: \mu_{AK1} < \mu_{AK2}$	$t_{\text{Hesaplanan}} < t_{df, \alpha}$	
$H_a: \mu_{AK1} > \mu_{AK2}$	$t_{\text{Hesaplanan}} > t_{df, 1-\alpha}$	
$H_a: \mu_{AK1} \neq \mu_{AK2}$	$t_{\text{Hesaplanan}} < t_{df, \alpha/2}$ veya $t_{\text{Hesaplanan}} > t_{df, 1-\alpha/2}$	

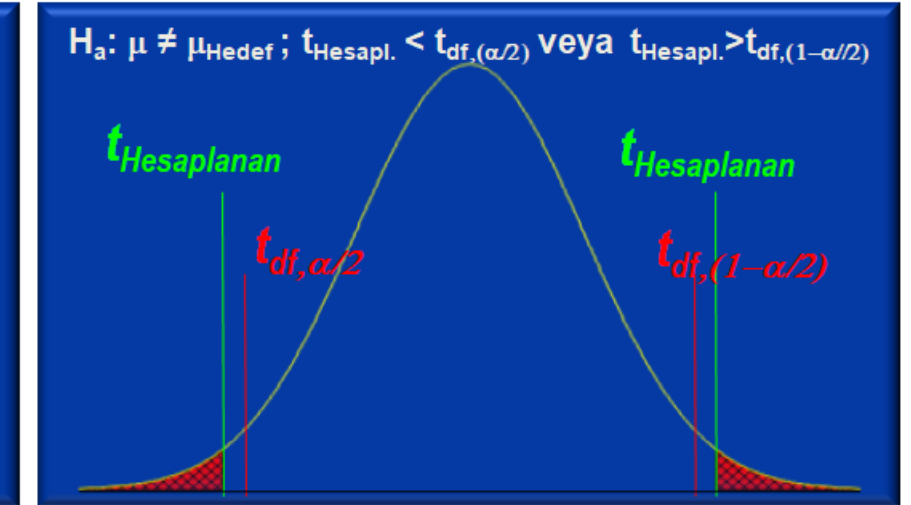
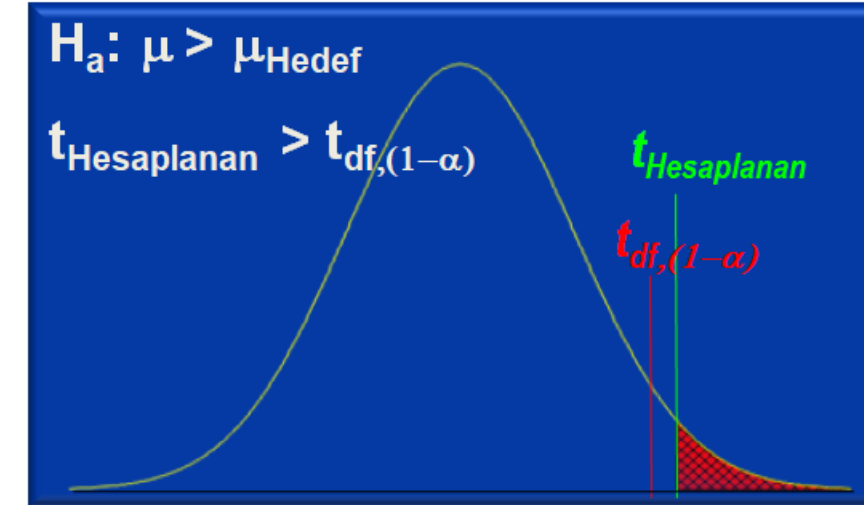
$$t_{\text{Hesaplanan}} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_{\text{Havuz}} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

- $\bar{X}_1, \bar{X}_2$: örneklerin ortalamaları
- S_{Havuz} : **Havuzlanmış (pooled)** standart sapma
- n_1, n_2 : örnek büyüklükleri
- **df = (n₁-1)+(n₂-1)**

2-Örnek t testi - Grafiksel



$$t_{\text{Hesaplanan}} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_{\text{Havuz}} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$



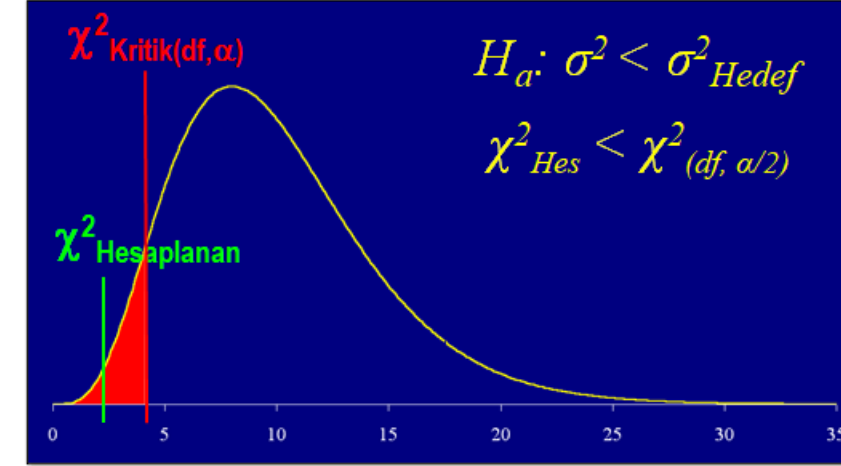
Ki-Kare testi

$$\chi^2_{\text{Hesaplanan}} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2_{\text{Hedef}}}$$

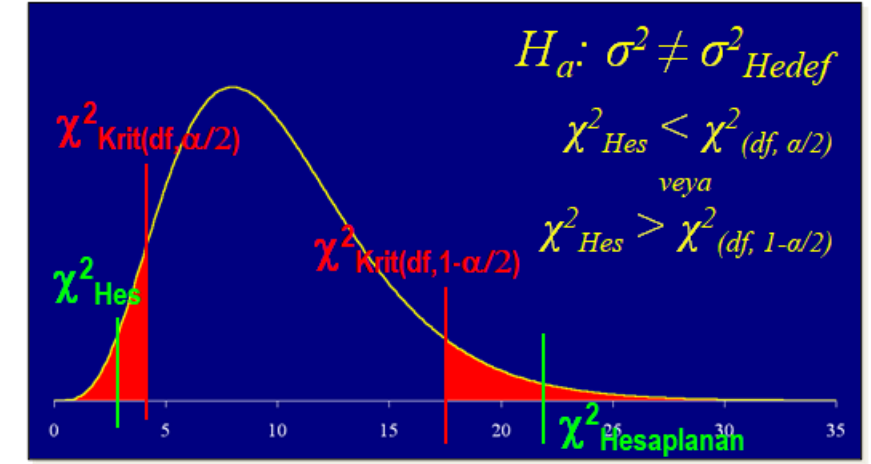
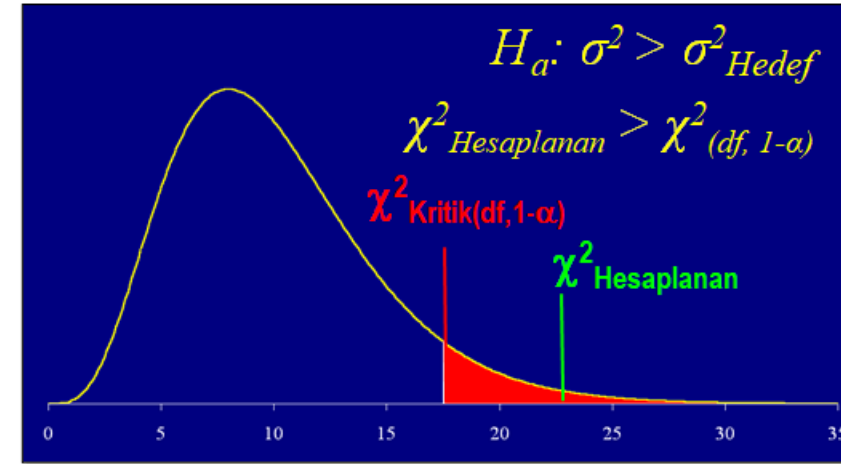
- s^2 : örneklerin varyansı
- σ^2_{Hedef} : H_0 'ın doğru olduğu durumdaki ana kütle varyansı
- n : örnek büyüklüğü
- $df = n - 1$

Hipotez	Karar Şartı (H_0 red eğer...)	P-value < α
$H_0: \sigma^2_{\text{AnaKütle}} = \sigma^2_{\text{hedef}}$		
$H_a: \sigma^2_{\text{AnaKütle}} < \sigma^2_{\text{hedef}}$	$\chi^2_{\text{Hesaplanan}} < \chi^2_{(df, \alpha)}$	
$H_a: \sigma^2_{\text{AnaKütle}} > \sigma^2_{\text{hedef}}$	$\chi^2_{\text{Hesaplanan}} > \chi^2_{(df, 1-\alpha)}$	
$H_a: \sigma^2_{\text{AnaKütle}} \neq \sigma^2_{\text{hedef}}$	$\chi^2_{\text{Hesaplanan}} < \chi^2_{(df, \alpha/2)}$ veya $\chi^2_{\text{Hesaplanan}} > \chi^2_{(df, 1-\alpha/2)}$	

Ki-Kare testi - Grafiksel



$$\chi^2_{\text{Hesaplanan}} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2_{\text{Hedef}}}$$



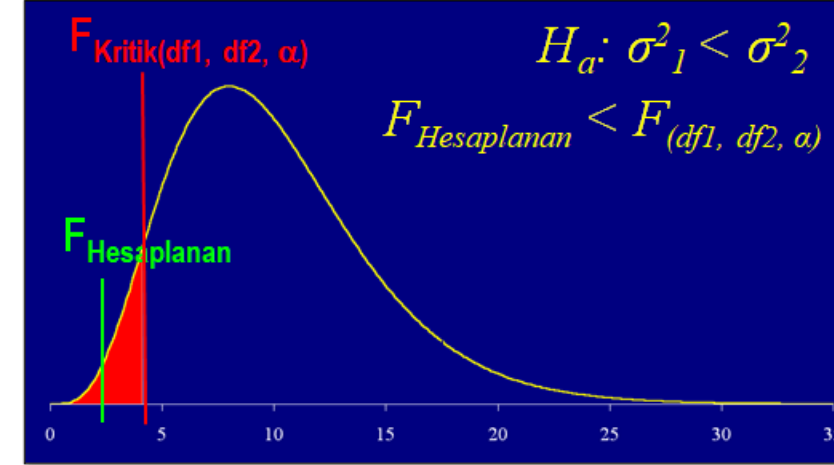
F testi

Hipotez	Karar Şartı (H ₀ red eğer...)	P-value < α
$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$		
$H_a: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$F_{\text{Hesaplanan}} > F_{(df1, df2, 1-\alpha)}$	
$H_a: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$F_{\text{Hesaplanan}} < F_{(df1, df2, \alpha)}$	
$H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$F_{\text{Hesaplanan}} > F_{(df1, df2, 1-\alpha/2)}$ veya $F_{\text{Hesaplanan}} < F_{(df1, df2, \alpha/2)}$	

$$F_{\text{Hesaplanan}} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

- n_1 ve n_2 ana kütle 1 ve 2'nin örnek büyüklükleri
- s_1^2 ve s_2^2 örneklerin varyansları
- $df_1 = n_1 - 1$, $df_2 = n_2 - 1$

F testi - Grafiksel



$$F_{\text{Hesaplanan}} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

